Societatea de Ştiinţe Matematice
din România

Ministerul Educaţiei Naţionale şi Cercetării Ştiinţifice

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa Finală, Sovata, 20 aprilie 2016
CLASA a VI-a

Enunţuri

Problema 1. Un număr natural se numeşte *superb* dacă este multiplul numărului divizorilor săi (spre exemplu 12 este superb deoarece are 6 divizori şi 12 este multiplu al lui 6).

a) Determinaţi cel mai mare număr superb de două cifre.

b) Demonstraţi că nu există numere superbe care să aibă ultima cifră 3.

Problema 2. Determinaţi numerele naturale nenule a şi b pentru care $\frac{a+1}{b}$ şi $\frac{b+2}{a}$ sunt simultan numere naturale.

Problema 3. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A. Bisectoarea unghiului ACB intersectează latura AB în punctul D şi perpendiculara în B pe BC în punctul E. Notăm cu F simetricul lui E faţă de B şi cu P intersecţia dreptelor DF şi BC. Demonstraţi că $EP \perp CF$.

Problema 4. Fie $a,\ b$ numere naturale nenule pentru care există p număr prim cu proprietatea că $[a, a+p] = [b, b+p]$. Arătaţi că $a = b$.

Am notat $[x, y]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale x şi y.

Timp de lucru 2 ore şi 30 de minute.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.